



Dans chaque ligne du tableau, le développement en série entière est valable sur l'intervalle I et le rayon de convergence est R .

DSE	I	R
$\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{+\infty} x^n$	$] -1, 1[$	1
$\frac{1}{1+x} = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n x^n$	$] -1, 1[$	1
$-\ln(1-x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x^n}{n}$	$[-1, 1[$	1
$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n}$	$] -1, 1]$	1
$e^x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$	\mathbb{R}	$+\infty$
$\text{ch}(x) = \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{x^{2p}}{(2p)!}$	\mathbb{R}	$+\infty$
$\text{sh}(x) = \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{x^{2p+1}}{(2p+1)!}$	\mathbb{R}	$+\infty$
$\cos(x) = \sum_{p=0}^{+\infty} (-1)^p \frac{x^{2p}}{(2p)!}$	\mathbb{R}	$+\infty$
$\sin(x) = \sum_{p=0}^{+\infty} (-1)^p \frac{x^{2p+1}}{(2p+1)!}$	\mathbb{R}	$+\infty$
$(1+x)^\alpha = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!} x^n$	$\begin{cases}] -1, 1[& \text{si } \alpha \notin \mathbb{N} \\ \mathbb{R} & \text{si } \alpha \in \mathbb{N} \end{cases}$	$\begin{cases} 1 & \text{si } \alpha \notin \mathbb{N} \\ +\infty & \text{si } \alpha \in \mathbb{N} \end{cases}$

Compléments :

- Lorsque $\alpha \in \mathbb{N}$, le développement de $(1+x)^\alpha$ n'est rien d'autre que la formule du binôme. Il est donc valable sur \mathbb{R} .
- Lorsque $\alpha \notin \mathbb{N}$ et $\alpha > -1$, le développement de $(1+x)^\alpha$ peut se prolonger au point $x = 1$. On démontre pour cela que la série :

$$\sum \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}$$

est (semi-)convergente par le théorème des séries alternées et on utilise le théorème de continuité radiale pour prolonger l'égalité au point 1.

- Pour obtenir le DSE de $\text{Arctan}(x)$ on peut se servir de celui de sa dérivé $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$ obtenu en remplaçant x par x^2 dans le DSE de $\frac{1}{1+x}$.
- Pour obtenir le DSE de $\text{Arcsin}(x)$ on peut se servir de celui de sa dérivé $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ obtenu en remplaçant x par $-x^2$ dans le DSE de $\frac{1}{\sqrt{1+x}} = (1+x)^{-\frac{1}{2}}$ qui est de la forme $(1+x)^\alpha$.