

► **Formules élémentaires (à savoir visualiser sur le cercle trigonométrique)**

$$\begin{aligned} \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) &= -\sin x & \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) &= \cos x \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \sin x & \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) &= \cos x \\ \cos(x + \pi) &= -\cos x & \sin(x + \pi) &= -\sin x & \tan(x + \pi) &= \tan x \\ \cos(\pi - x) &= -\cos x & \sin(\pi - x) &= \sin x \end{aligned}$$

► **Formules d'addition**

$$\begin{aligned} \cos(a + b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ \cos(a - b) &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \\ \sin(a + b) &= \sin a \cos b + \sin b \cos a \\ \sin(a - b) &= \sin a \cos b - \sin b \cos a \\ \tan(a + b) &= \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \text{ (lorsque cela a un sens)} \\ \tan(a - b) &= \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} \text{ (lorsque cela a un sens)} \end{aligned}$$

► **Formules de linéarisation (transformation de produits en sommes)**

$$\begin{aligned} \sin a \sin b &= \frac{1}{2} [\cos(a - b) - \cos(a + b)] \\ \sin a \cos b &= \frac{1}{2} [\sin(a + b) + \sin(a - b)] \\ \cos a \cos b &= \frac{1}{2} [\cos(a - b) + \cos(a + b)] \end{aligned}$$

► **Transformation de sommes en produits**

$$\begin{aligned} \cos p + \cos q &= 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2} \\ \cos p - \cos q &= -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2} \\ \sin p + \sin q &= 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2} \\ \sin p - \sin q &= 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2} \end{aligned}$$

► **Formules de duplication (passage à l'angle double ou à l'angle moitié)**

$$\begin{aligned} \sin 2x &= 2 \sin x \cos x \\ \cos 2x &= \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1 = 1 - 2 \sin^2 x \\ \tan 2x &= \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \text{ lorsque cela a un sens} \\ \cos^2 x &= \frac{1 + \cos 2x}{2} \quad \text{et} \quad \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \end{aligned}$$

► **Expression de  $\cos x$ ,  $\sin x$  et  $\tan x$  en fonction de  $\tan \frac{x}{2}$** 

Si  $x$  est un réel et si  $\tan \frac{x}{2}$  est définie, alors on pose  $t = \tan \frac{x}{2}$  et l'on a :

$$\begin{aligned} \cos x &= \frac{1 - t^2}{1 + t^2} & \sin x &= \frac{2t}{1 + t^2} & \tan x &= \frac{2t}{1 - t^2} \\ \text{En d'autres termes on a pour tout réel } t : \\ \cos(2 \operatorname{Arctan} t) &= \frac{1 - t^2}{1 + t^2} & \sin(2 \operatorname{Arctan} t) &= \frac{2t}{1 + t^2} & \tan(2 \operatorname{Arctan} t) &= \frac{2t}{1 - t^2} \end{aligned}$$

► **Formules d'Euler et Moivre**

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2} & \sin \theta &= \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} \\ (e^{i\theta})^n &= e^{in\theta} \\ (\cos \theta + i \sin \theta)^n &= \cos n\theta + i \sin n\theta \end{aligned}$$

► **Factorisation de  $1 \pm e^{i\theta}$** 

$$1 + e^{i\theta} = 2 \cos \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\theta}{2}} \quad 1 - e^{i\theta} = -2i \sin \frac{\theta}{2} e^{i\frac{\theta}{2}}$$

► **Équations**

$$\cos x = 0 \iff \exists k \in \mathbb{Z}, x = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

$$\sin x = 0 \iff \exists k \in \mathbb{Z}, x = k\pi$$

$$\tan x = 0 \iff \exists k \in \mathbb{Z}, x = k\pi$$

$$\begin{aligned} \cos x = \cos x_0 &\iff \begin{cases} \exists k \in \mathbb{Z}, x = x_0 + 2k\pi \\ \text{ou} \\ \exists k \in \mathbb{Z}, x = -x_0 + 2k\pi \end{cases} \\ \sin x = \sin x_0 &\iff \begin{cases} \exists k \in \mathbb{Z}, x = x_0 + 2k\pi \\ \text{ou} \\ \exists k \in \mathbb{Z}, x = \pi - x_0 + 2k\pi \end{cases} \\ \tan x = \tan x_0 &\iff \exists k \in \mathbb{Z}, x = x_0 + k\pi \end{aligned}$$

► **Valeurs remarquables**

$x$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan x$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	

