

Ce programme de colle a pour objectif majeur de vous faire réviser en vue du devoir surveillé de début décembre (consacré exclusivement à l'algèbre linéaire).

Reprise du programme précédent concernant la réduction des endomorphismes et plus généralement tout ce qui concerne l'algèbre linéaire (châpitres A et B).

À ajouter :

III - Application de la réduction

III.1 - Puissances de matrices

Cas d'une matrice diagonalisable, utilisation de la formule du binôme (avec des matrices qui commutent), exemple d'utilisation d'une forme triangulaire (aucun théorème à connaître, l'énoncé doit guider les élèves). Exemple traité en cours :

$$\begin{bmatrix} 7 & 3 & -4 \\ -6 & -2 & 5 \\ 4 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

que l'on commence par réduire à une matrice de la forme :

$$\begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 1 \\ 0 & 0 & \lambda_2 \end{bmatrix}$$

III.2 - Suites récurrentes linéaires (réelles ou complexes)

Suite récurrente linéaire d'ordre 1 (ou arithmético-géométrique). Suite récurrente linéaire d'ordre 2 vérifiant une relation « homogène » de la forme $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n$ ($b \neq 0$) : écriture matricielle, équation caractéristique, forme générale suivant le discriminant. Dans le cas d'une relation « non homogène » de la forme $u_{n+2} = au_{n+1} + bu_n + c$ ($b \neq 0$) on cherche une solution particulière sous la forme $(k)_{n \in \mathbb{N}}$, $(kn)_{n \in \mathbb{N}}$ ou $(kn^2)_{n \in \mathbb{N}}$ (où k est une constante), que l'on ajoute à la solution générale de l'équation homogène. Exemples traités en cours :

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = 0 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n \end{cases} \quad \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = 9 \\ u_{n+2} = 6u_{n+1} - 9u_n \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = -1 \\ u_{n+2} = 2u_{n+1} - 2u_n \end{cases} \quad \begin{cases} u_0 = 1 \\ u_1 = 0 \\ u_{n+2} = 5u_{n+1} - 6u_n + 2 \end{cases}$$

Exercices (corrigés en classe et à savoir refaire)

Exercices n° 1, 3 et 4 de la feuille n° 5.

Questions de cours exigibles des élèves

Reprise des questions Q7A, Q7B, Q7C de la semaine précédente ainsi que les questions Q1A, Q1B et Q1C de la première semaine.

À venir

Courbes paramétrées si l'avancement du cours le permet, ou bien encore une semaine d'algèbre linéaire.

