

■ Objectifs et savoir-faire

Chapitre A – Pour bien commencer l'année

Programme de la semaine dernière

Reprise des parties suivantes dans le programme de colle précédent :

- Équations dans \mathbb{R}
- Inégalités et inéquations dans \mathbb{R}

À cela s'ajoute ce qui suit.

Chapitre B – Fonctions usuelles

Généralité sur les fonctions

- ▶ Maîtriser toutes les notions « élémentaires » relatives aux fonctions : image d'un élément de l'ensemble de départ, antécédent(s) d'un élément de l'ensemble d'arrivée, restriction, notation $\mathcal{F}(E, F) = F^E$, graphe d'une fonction (représentation graphique dans le cas d'une fonction réelle de la variable réelle).
- ▶ Savoir déterminer l'ensemble de définition d'une fonction donnée, par exemple, par une formule.
- ▶ Maîtriser la notion (et l'écriture en langage mathématique) d'image d'une partie de l'ensemble de départ. Si $f : E \rightarrow F$ et $A \subset E$ il s'agit de $f(A)$.

Notion de bijection et de fonction réciproque

- ▶ Maîtriser la notion de bijectivité de différentes manières : à l'aide d'une phrase en langage naturel utilisant le mot « antécédent », à l'aide d'une courbe pour une fonction réelle de la variable réelle, à l'aide de schéma « à flèches » pour des fonctions entre ensembles finis et **bien sûr** savoir écrire la bijectivité en langage mathématique.
- ▶ Connaître et savoir exploiter la définition de la réciproque d'une bijection.
- ▶ Connaître la définition de l'application identité Id_X d'un ensemble quelconque X .

Cas particulier des fonctions réelles de la variable réelle

- ▶ Savoir écrire en langage mathématique et être capable d'exploiter les propriétés éventuelles d'une fonction réelle de la variable réelle : parité, monotonie, notion de fonction majorée, minorée, bornée (et donc de majorant et minorant), notion de maximum et de minimum.
- ▶ Savoir démontrer sans aucune hésitation et en écrivant d'une manière mathématiquement irréprochable des propriétés élémentaires telles que : la somme de deux fonctions croissantes est croissante, la composée de deux fonctions croissantes est croissante, la composée d'une fonction croissante et d'une fonction décroissante est décroissante, etc.
- ▶ Connaître la définition de la dérivabilité d'une fonction en un point et l'interprétation géométrique de cette propriété.
- ▶ Savoir utiliser la définition de la dérivabilité pour étudier la dérivabilité d'une fonction en un point et calculer la valeur éventuelle

▶ **Attention** – Au lieu de parler d'image réciproque d'une partie de l'ensemble d'arrivée avec la très dangereuse notation $f^{-1}(B)$, nous avons parlé du « **tiré en arrière** » de B par f noté $f^{\leftarrow}(B)$.
Nous conserverons ce vocabulaire et cette notation un certain temps, pour éviter les confusions.

- ▶ Connaître la définition et maîtriser l'écriture en langage mathématiques des opérations sur les fonctions : opérations algébriques et (pseudo-nouveauté) **composition**. Notation $f \circ g$.
- ▶ Savoir déterminer l'ensemble de définition d'une fonction composée.

▶ Connaître et savoir exploiter les propriétés d'une bijection réciproque f^{-1} quand on la compose (dans les deux sens) avec la fonction directe f .

▶ **Connaître PARFAITEMENT** et savoir exploiter la caractérisation de la bijectivité d'une application $f : X \rightarrow Y$ par l'existence d'une application g telle que $f \circ g = \text{Id}_Y$ et $g \circ f = \text{Id}_X$ (fonction g qui est dans ce cas nécessairement la réciproque de f).

▶ Connaître et savoir exploiter le fait que la réciproque de la réciproque d'une bijection f est la fonction f elle-même.

du nombre dérivé en ce point.

- ▶ Connaître sans hésitation l'équation cartésienne de la tangente en un point (en cas de dérivabilité) et savoir la justifier très rapidement.
- ▶ Maîtriser les règles de dérivation (opérations algébriques et composition).
- ▶ Savoir obtenir une formule générale des dérivées successives d'une fonction par la méthode « calculs explicites des premières dérivées, conjecture, puis validation par récurrence » (étant entendu que cette méthode peut ne pas aboutir suivant les cas).
- ▶ Savoir exploiter le lien entre (stricte) monotonie est le signe d'une dérivée.
- ▶ Connaître et savoir mettre en œuvre le plan général d'étude d'une fonction.

■ Exercices à savoir refaire

Exercice du chapitre A.

Quelques exercices du chapitre B : B1, B2, B3, B5, B6, B7, B8, B9, B10.

■ Questions de cours exigibles (énoncé précis et démonstration)

- Q5.** Équation polynomiale de degré 2 : transformation de l'écriture faisant apparaître en fin de calcul le discriminant, résolution dans le cas d'un discriminant positif ou nul.
- Q6.** Signe d'un polynôme de degré 2 : partie **III.2.1** dans le chapitre A.
- Q7.** Caractérisation de la bijectivité : théorème **I.3.5** dans le chapitre B.
- Q8.** Dérivabilité et dérivée de la fonction racine carrée : exemple page 10 du chapitre B.