



Ne pas inventer de (faux) théorèmes!

Ce très court document a pour unique but de convaincre le lecteur de ne pas inventer ses propres théorèmes (à moins bien sûr qu'il en ai rédigé des démonstrations).

La tentation est en effet parfois grande d'inventer un théorème qui va simplifier de manière magistrale un raisonnement ou calcul.

Le problème est que l'invention d'un « théorème sans démonstration » conduit presque à coup sûr à énoncer un résultat faux.

Dans la suite de notre travail, nous appellerons « *théorème du Père Noël* » tout énoncé faux utilisé comme si c'était un vrai théorème, seulement parce que celui-ci permet de simplifier (de manière crapuleuse) un raisonnement ou calcul.

Sommaire

I	Il ne faut pas inventer de (faux) théorèmes	1
I.1	Un exemple très classique	1

I - Il ne faut pas inventer de (faux) théorèmes

I.1 - Un exemple très classique

I.1.1 – Énoncé (attribué au Père Noël)

Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $(a_k)_{1 \leq k \leq n}$ et $(b_k)_{1 \leq k \leq n}$ deux familles quelconques de nombres complexes. Alors on a :

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k = \left(\sum_{k=1}^n a_k \right) \times \left(\sum_{k=1}^n b_k \right)$$

I.1.2 – Théorème (VRAI)

L'énoncé précédent est **FAUX**. Mais certains pensent (ou aimeraient) qu'il soit vrai. C'est donc un *théorème du Père Noël*.

Démonstration

Pour démontrer qu'un énoncé est faux, il suffit d'exhiber un **contre-exemple**. Prenons $n = 2$, $(a_1, a_2) = (1, 1)$ et $(b_1, b_2) = (2, 2)$. On a alors :

$$\sum_{k=1}^2 a_k b_k = 1 \times 2 + 1 \times 2 = 4 \quad \text{et} \quad \left(\sum_{k=1}^2 a_k \right) \times \left(\sum_{k=1}^2 b_k \right) = (1 + 1) \times (2 + 2) = 2 \times 4 = 8$$

Comme $4 \neq 8$, on a, dans ce cas particulier :

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k \neq \left(\sum_{k=1}^n a_k \right) \times \left(\sum_{k=1}^n a_x \right)$$

ce qui prouve que l'énoncé précédent est faux.

I.1.3 – Définition

Une copie d'étudiant sera dite **horrible** (ou **atroce**) si elle contient au moins une fois l'application d'un *théorème du Père Noël*.