Déroulement d'une colle

Chaque interrogation orale (ou « colle ») est constituée, **dans l'ordre** : d'une question de cours parmi celles exigibles, d'un exercice facile et/ou déjà corrigé en classe puis d'un exercice difficile et/ou non corrigé en classe.

À noter

Le **cours détaillé** est disponible en ligne à l'adresse habituelle : www.bejian.fr/cours.html
Il est rappelé que les **exercices** sont directement inclus dans les documents de cours.

Objectifs et savoir-faire

Chapitre A – Pratiques calculatoires élémentaires

- Consolider certaines connaissances du lycée en terme de calcul algébrique élémentaire.
- Connaître les différents ensembles de nombres (entiers naturels, relatifs, nombres décimaux, nombres rationnels) : définitions et notations.
- Revoir la notion de division euclidienne dans $\mathbb{Z}$ que ce soit sous forme théorique ou sous forme pratique (division « posée »).
- Maîtriser les notations mathématiques élémentaires : ensembles (appartenance, inclusion, égalité), quantificateurs.
- Être capable de comprendre (ou à l'inverse de produire) la description d'un ensemble en extension, en compréhension ou comme l'image d'une fonction (souvent de plusieurs variables).
- Savoir nommer les règles de calculs élémentaires dans $\mathbb{R}$ (et $\mathbb{C}$) et écrire celles-ci en langage mathématique.
- Connaître les identités remarquables élémentaires et leurs généralisations.
- Maîtriser les différentes méthodes pour factoriser une expression (notamment polynomiale) : par identité remarquable, par racine évidente et division euclidienne, par discriminant pour un trinôme de degré 2, par changement de variable, *etc.*
- Maîtriser la notion de division euclidienne entre expressions polynomiales (utile pour factoriser dans le cas où une racine « évidente » est connue).
- Savoir résoudre des équations ou systèmes d'équations (y compris quand il y a des valeurs absolues ou des racines carrées). Ne pas oublier qu'une telle résolution commence toujours par la recherche de l'ensemble de résolution (plus grand sous-ensemble de $\mathbb{R}$ sur lequel les expressions sont bien définies).
- Connaître les propriétés élémentaires de la relation d'ordre sur $\mathbb{R}$ (réflexivité, transitivité et antisymétrie) et savoir les écrire en langage mathématique.
- Maîtriser les autres règles opératoires vis à vis des inégalités et savoir les écrire en langage mathématique. Connaître parfaitement les cas **pièges** (par exemple : soustraction membre à membre de deux inégalités).
- Savoir résoudre des inéquations (y compris quand il y a des valeurs absolues ou des racines carrées). Ne pas oublier, par exemple, la très basique mais efficace méthode du tableau de signe.
- Savoir démontrer une inégalités : par factorisation et étude de signes, en faisant apparaître une identité remarquable, en étudiant la fonction résultant de la différence des deux membres de l'inégalité, en utilisant les inégalités triangulaires, *etc.*

Chapitre B – Calculs de sommes et de produits

- Maitriser les notations $\sum$ et $\prod$ (et leurs différentes variantes concernant les indices) pour désigner une somme ou un produit.
- Connaître et savoir appliquer les règles de calculs relatives aux sommes et produits : décalage d'indice, linéarité (somme seulement), relation de Chasles, décomposition suivant la parité des indices, simplification télescopique.
- Connaître parfaitement les sommes de références :

$$\sum_{k=1}^{n} 1 \quad \sum_{k=1}^{n} k \quad \sum_{k=1}^{n} k^2 \quad \sum_{k=0}^{n} q^k$$

- Connaître la factorisation usuelle de $a^n - b^n$ par $a-b$. Idem pour la factorisation usuelle de $a^n + b^n$ par $a+b$ mais seulement pour n **impair**.
- Connaître les notions de factorielle d'un entier naturel et de coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$.
- Savoir mener des calculs avec ces nombres, connaître la formule de Pascal et donc la construction du triangle de Pascal.
- Connaître **sans aucune hésitation** les valeurs de $\binom{n}{0}$, $\binom{n}{1}$ et $\binom{n}{2}$.
- Savoir énoncer et utiliser la formule du binôme de Newton permettant de développer $(a+b)^n$. Savoir utiliser le fait que cette formule peut s'appliquer de deux manières (en échangeant le rôle de a et b).
- Être capable de calculer des sommes données en se ramenant à des sommes connues.

Exercices à savoir refaire

Tous les exercices du chapitre A. Exercices B.1 à B.8.

Questions de cours exigibles (énoncé précis et démonstration)

Q1. Irrationalité de $\sqrt{2}$ (avec le résultat annexe affirmant que le carré d'un entier est pair si et seulement si cet entier est pair).

Q2. Équation polynomiale de degré 2 : transformation de l'écriture faisant apparaitre en fin de calcul le discriminant, résolution dans le cas d'un discriminant positif ou nul.

Q3. Première inégalité triangulaire dans $\mathbb{R}$ et énoncé sans démonstration de la seconde inégalité triangulaire.