Rappel – *Cours non su implique une note strictement inférieure à 10.*

Objectifs et savoir-faire

Chapitre C – Fonctions usuelles : consolidations des acquis

- *Reprise **intégrale** des objectifs et savoir faire détaillés dans les programme des semaines précédentes.*

Chapitre D – Fonctions usuelles : approfondissements et nouveautés

Équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants.

- Connaître la notion d'équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants, et comprendre les ***abus de notations*** qui sont faits pour les présenter (suppression du quantificateur universel, suppression de la variable). Cela conduit à une notation du type : (E) $y' + ay = b$.
- Connaître sans hésitation la forme générale des solutions de l'équation homogène (E$_0$) $y' + ay = 0$.
- Comprendre le lien entre les solutions de l'équation complète (E) et celle de (E$_0$) (une solution particulière de (E) étant connue).
- Savoir expliciter une solution particulière de (E). Cela est particulièrement simple dans le cas où $a \neq 0$ car dans ce cas on peut trouver ue solution particulière constante.
- Connaître sans hésitation la forme générale des solutions de l'équation complète (E) $y' + ay = b$ (dans le cas où $a \neq 0$).
- Savoir exploiter la donnée d'une condition initiale pour calculer la constante apparaissant dans la solution générale de (E).
- Être capable de s'adapter aux différentes notations pour désigner la dérivée, notamment celle(s) utilisée(s) en Physique.

Notion de bijection et de fonctions réciproques

- Maîtriser la notion de bijectivité de différentes manières : à l'aide d'une phrase en langage naturel utilisant le mot « antécédent », à l'aide d'une courbe pour une fonction réelle de la variable réelle, à l'aide de schéma « à flèches » pour des fonctions entre ensembles finis et **bien sûr** savoir écrire la bijectivité en langage mathématique.
- Connaître et savoir exploiter la définition de la réciproque d'une bijection.
- Connaître la définition de l'application identité Id_X d'en ensemble quelconque X.
- Connaître et savoir exploiter les propriétés d'une bijection réciproque f^{-1} quand on la compose (dans les deux sens) avec la fonction directe f.
- **Connaître PARFAITEMENT** et savoir savoir exploiter la caractérisation de la bijectivité d'une application $f : X \to Y$ par l'existence d'une application g telle que $f \circ g = \mathrm{Id}_Y$ et $g \circ f = \mathrm{Id}_X$ (fonction g qui est dans ce cas nécessairement la réciproque de f).
- Connaître et savoir exploiter le fait que la réciproque de la réciproque d'une bijection f est la fonction f elle-même.

Cas des fonctions continues sur un intervalle, puis des fonctions continues et STRICTEMENT MONOTONES sur un intervalle

- Connaître la définition de la continuité en un point et sur un intervalle de $\mathbb{R}$ d'une fonction et son interprétation (intuitive) en terme de tracé de la courbe représentative dans le cas d'une fonction à valeur réelle.
- **Maîtriser DE MANIÈRE ABSOLUMENT PARFAITE** le théorème des valeurs intermédiaires (TVI), qui peut s'énoncer de différentes manières, mais dans lequel il n'y a **ABSOLUMENT PAS** d'hypothèse de monotonie et de conclusion en terme d'unicité.
- **Maîtriser DE MANIÈRE ABSOLUMENT PARFAITE** le corollaire du TVI dans le cas particulier d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle.
- **Maîtriser DE MANIÈRE ABSOLUMENT PARFAITE** le « théorème de la bijection », possédant trois hypothèses et trois conclusions.
- Ne **SURTOUT** pas confondre les trois théorèmes suivant : TVI, son corollaire dans le cas strictement monotone et le théorème de la bijection.
- Dans le cas d'une bijection f réelle de la variable réelle, connaître et savoir exploiter la symétrie qui existe entre le graphe $\mathscr{C}_f$ de la fonction « directe » et le graphe $\mathscr{C}_{f^{-1}}$ de la fonction réciproque.
- Connaître avec une précision **ABSOLUE** le théorème de dérivabilité d'une réciproque (dans le cas d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle).
  Important – Ne pas oublier qu'en cas de dérivabilité en x_0 avec $f'(x_0) = 0$, la fonction f^{-1} n'est **pas dérivable** en $y_0 = f(x_0)$ **MAIS QUE L'ON DISPOSE MALGRÉ TOUT** d'une information géométrique : la présence d'une (demi)-**tangente verticale** en y_0 pour la courbe de la fonction f^{-1}.
- Savoir appliquer ce théorème pour justifier le dérivabilité ou la non-dérivabilité d'une fonction réciproque et pour éventuellement calculer la dérivée de la fonction réciproque.

Questions de cours exigibles (énoncé précis et démonstration)

Q9. Étude des limites suivantes : $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin(x)}{x}$ et $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(x)}{\frac{x^2}{2}}$. [Proposition **C.III.7.5**]

N.B. – *La « démonstration » (pour la première limite) a été faite par utilisation d'un taux d'accroissement. Il est clair que cela constitue une **arnaque mathématique** car la dérivabilité des fonctions trigonométriques n'a pas été démontrée préalablement, et que justement, une des méthodes pour le faire consiste à d'abord étudier la limite de* $\sin(x)/x$ *en* 0 *(par exemple par des considérations géométriques).*

Q10. Résolution d'une équation différentielle linéaire **homogène** (ou sans second membre) d'ordre 1 **à coefficients constants**. [Théorème **D.I.1.3**]

Remarque – *Les EDL$_1$ à coefficients constants sont très rapidement utiles en physique. Les autres types d'équations différentielles seront traités plus tard.*

Q11. Caractérisation de la bijectivité d'une application $f : X \to Y$ par l'existence d'une application g telle que $f \circ g = \mathrm{Id}_Y$ et $g \circ f = \mathrm{Id}_X$ (fonction g qui est dans ce cas nécessairement la réciproque de f). [Théorème **D.II.1.5**]