Objectifs et savoir-faire

Chapitre C – Fonctions usuelles : consolidations des acquis

- *Reprise **intégrale** des objectifs et savoir faire détaillés dans les programme des semaines précédentes.*

Chapitre D – Fonctions usuelles : approfondissements et nouveautés

Équation différentielle linéaire d'ordre 1 à coefficients constants.

- *Reprise **intégrale** des objectifs et savoir faire détaillés dans les programme des semaines précédentes.*

Notion de bijection et de fonctions réciproques

- *Reprise **intégrale** des objectifs et savoir faire détaillés dans les programme des semaines précédentes.*

Cas des fonctions continues sur un intervalle, puis des fonctions continues et STRICTEMENT MONOTONES sur un intervalle

- o Connaître la définition de la continuité en un point et sur un intervalle de $\mathbb{R}$ d'une fonction et son interprétation (intuitive) en terme de tracé de la courbe représentative dans le cas d'une fonction à valeur réelle.
- **Maîtriser DE MANIÈRE ABSOLUMENT PARFAITE** le théorème des valeurs intermédiaires (TVI), qui peut s'énoncer de différentes manières, mais dans lequel il n'y a **ABSOLUMENT PAS** d'hypothèse de monotonie et de conclusion en terme d'unicité.
- **Maîtriser DE MANIÈRE ABSOLUMENT PARFAITE** le corollaire du TVI dans le cas particulier d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle.
- **Maîtriser DE MANIÈRE ABSOLUMENT PARFAITE** le « théorème de la bijection », possédant trois hypothèses et trois conclusions.
- Ne **SURTOUT** pas confondre les trois théorèmes suivant : TVI, son corollaire dans le cas strictement monotone et le théorème de la bijection.
- Dans le cas d'une bijection f réelle de la variable réelle, connaître et savoir exploiter la symétrie qui existe entre le graphe $\mathscr{C}_f$ de la fonction « directe » et le graphe $\mathscr{C}_{f^{-1}}$ de la fonction réciproque.
- Connaître avec une précision **ABSOLUE** le théorème de dérivabilité d'une réciproque (dans le cas d'une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle).
  Important – Ne pas oublier qu'en cas de dérivabilité en x_0 avec $f'(x_0) = 0$, la fonction f^{-1} n'est **pas dérivable** en $y_0 = f(x_0)$ **MAIS QUE L'ON DISPOSE MALGRÉ TOUT** d'une information géométrique : la présence d'une (demi)-**tangente verticale** en y_0 pour la courbe de la fonction f^{-1}.
- Savoir appliquer ce théorème pour justifier le dérivabilité ou la non-dérivabilité d'une fonction réciproque et pour éventuellement calculer la dérivée de la fonction réciproque.

De nouvelles notions et de nouvelles fonctions usuelles, provenant des fonctions exponentielle et logarithme népérien

- Connaître la définition de a^b (« a puissance b) pour $a > 0$ et $b \in \mathbb{R}$ et être capable d'expliquer pourquoi cette notation et ce vocabulaire de « puissance « est légitime.
- Maîtriser les différentes règles de calcul relatives à cette nouvelle notion de puissance et être capable de les démontrer en revenant à la définition.
- Connaître l'existence et les propriétés élémentaires des fonctions logarithmes en base 10 (noté log ou $\log_{10}$) et en base 2 (noté $\log_2$). Comprendre leur intérêt dans un contexte numérique et dans les sciences expérimentales (Physique-Chimie, SI).
- Être capable de faire l'étude d'une fonction dont l'expression contient la variable en exposant (en particulier, savoir dériver une telle fonction).
- Connaître **DE MANIÈRE ABSOLUMENT IRRÉPROCHABLE** la définition des fonctions puissances avec exposant $\alpha \in \mathbb{R}$ **non nécessairement entier**.
- Maîtriser **DE MANIÈRE ABSOLUMENT PARFAITE** les propriétés des fonctions puissances avec exposant $\alpha \in \mathbb{R}$ **non nécessairement entier** (dérivabilité, dérivée, monotonie, limites aux bornes de l'ensemble de définition, allure de la courbe suivant les cas.)
- Se souvenir **AVEC PRÉCISION** que la fonction puissance $x \longmapsto x^\alpha$ peut se « prolonger par continuité » en 0 de manière naturelle dans le cas où $\alpha \geqslant 0$.
- Connaître et savoir exploiter les « croissances comparées généralisées », qui différent des quatre « croissances comparées usuelles » par la présence d'exposants strictement positifs.
- Connaître la définition et les propriétés élémentaires des fonctions cosinus et sinus hyperbolique (parité, dérivée, variations, limites, allure des courbes).
  Remarque – *La seule formule de trigonométrie hyperbolique à connaître officiellement est* $\mathrm{ch}^2 - \mathrm{sh}^2 = 1$. *Mais il est fortement recommandé de savoir retrouver par un simple calcul les formules d'additions dont la première :* $\mathrm{ch}(a+b) = \mathrm{ch}(a)\,\mathrm{ch}(b) + \mathrm{sh}(a)\,\mathrm{sh}(b)$.

Fonctions circulaires (ou trigonométriques) réciproques

- Connaître la définition et les propriétés élémentaires de la fonctions Arcsin (imparité, continuité, dérivabilité ou non-dérivabilité suivant les points, dérivée, variations, valeurs particulières, allure de le courbe).

Questions de cours exigibles (énoncé précis et démonstration)

Q10. Résolution d'une équation différentielle linéaire **homogène** d'ordre 1 **à coefficients constants**. [Théorème **D.I.1.3**]

Remarque – *Les EDL_1 à coefficients constants sont très rapidement utiles en physique. Les autres types d'équations différentielles seront traités plus tard.*

Q11. Caractérisation de la bijectivité d'une application $f : \mathrm{X} \to \mathrm{Y}$ par l'existence d'une application g telle que $f \circ g = \mathrm{Id}_\mathrm{Y}$ et $g \circ f = \mathrm{Id}_\mathrm{X}$ (fonction g qui est dans ce cas nécessairement la réciproque de f). [Théorème **D.II.1.5**]

Q12. Présentation exhaustive (avec démonstrations) des fonctions cosinus et sinus hyperboliques. [Cela correspond au paragraphe **D.III.4** en s'arrêtant à la proposition **D.III.4.4 incluse**.]

Q13. Définition et propriétés de la fonction Arcsin. [Théorème **D.IV.1.1** et **D.IV.1.2**]

Remarque – *Vous pouvez travailler cette question de cours à l'aide de la vidéo D07.*