Objectifs et savoir-faire

Chapitre G – Nombres complexes et trigonométrie

*Reprise **intégrale** des objectifs et savoir faire détaillés dans les programmes de colle précédent.*

Chapitre H – Intégrales, primitives et équations différentielles

Primitives et intégrales sur un segment

- Maîtriser la notion de primitive. Sous réserve d'existence, savoir qu'il n'y a pas unicité.
- Une primitive d'une fonction étant connue, être capable d'écrire toutes les primitives de cette même fonction.
- Connaître les quelques règles de calculs : primitive d'une somme $f+g$, primitive d'une fonction de la forme λf (où $\lambda \in \mathbb{K}$).
- Connaître ***parfaitement*** toutes les primitives usuelles (voir formulaire).
- Savoir définir de manière intuitive l'***intégrale*** d'une fonction continue et positive sur un segment en terme d'***aire***.
- Dans le cas d'une fonction continue qui change de signe un nombre fini de fois sur un segment, savoir définir de manière intuitive la notion d'intégrale comme une somme algébrique d'aires.
- **Théorème fondamental de l'analyse –** Si I est un intervalle de $\mathbb{R}$, $a \in \mathrm{I}$ et f une fonction continue sur I, alors la fonction :

$$\mathrm{F} : \begin{array}{ccc} \mathrm{I} & \longrightarrow & \mathbb{K} \\ x & \longmapsto & \displaystyle\int_a^x f(t)\,\mathrm{d}t \end{array}$$

  est l'unique primitive de f qui s'annule au point a.
- Savoir justifier et utiliser qu'une fonction continue sur un intervalle possède toujours (au moins) une primitive.
- Savoir utiliser une primitive pour faire un calcul d'intégrale.

Méthodes de calculs

- Savoir se ramener à une primitive usuelle par transformations de la fonction à primitiver.
- Cas particulier d'une fonction de la forme $x \longmapsto \frac{1}{ax^2+bx+c}$.
- Être capable de passer dans l'ensemble des nombres complexes pour simplifier certains calculs.
- Connaître ***sans aucune hésitation*** la définition d'une fonction de classe $\mathscr{C}^1$.
- Connaître avec une grande précision le théorème d'intégration par parties (IPP) et être capable de mener un calcul utilisant ce théorème.
- Savoir utiliser le théorème fondamental de l'analyse et le théorème d'intégration par parties pour calculer une primitive. Exemple : une primitive de ln est $x \mapsto x\ln(x) - x$.
- Connaître avec une grande précision le théorème de changement de variable dans une intégrale et être capable de mener un calcul utilisant ce théorème.

Équations différentielles linéaires d'ordre 1

- Savoir manipuler le vocabulaire et les notations propres aux équations différentielles.
- Savoir ce qu'est une équation différentielle linéaire d'ordre 1 (en abrégé EDL_1).
- Connaître la définition d'une EDL_1 homogène. Savoir qu'à toute EDL_1 est associée une équation homogène (en enlevant le second membre).
- Connaître et savoir appliquer le théorème de résolution d'une EDL_1 homogène.
- Une fonction y_{P} étant une ***solution particulière*** de l'équation (E), savoir faire le lien entre les solutions de (E) et celles de (E_0).
- Méthode de ***variation de la constante*** (MVC) pour trouver une solution particulière.

Exercices à savoir refaire

Tous les exercices du chapitre G, sauf G.20 et G.21 qui n'ont pas du tout été abordés.
Attention – ***Aucun*** *exercice n'a été corrigé dans le chapitre H.*

Formulaires à connaître

Trigonométrie, dérivées et primitives usuelles.

Questions de cours exigibles (énoncé précis et démonstration)

Q18. Description précise des racines de l'unité dans $\mathbb{C}$.

- ***a)*** Définition des racines n-ièmes de l'unité dans $\mathbb{C}$.
- ***b)*** Les nombres complexes de la forme $\mathrm{e}^{\frac{2ik\pi}{n}}$ avec $k \in \mathbb{Z}$ sont des racines n-ièmes de l'unité.
- ***c)*** Les racines n-ièmes de l'unité $\mathrm{e}^{\frac{2ik\pi}{n}}$ avec $k \in [\![0, n-1]\!]$ sont deux à deux différentes.
- ***d)*** Un nombre complexe est une racine n-ième de l'unité si et seulement s'il existe $k \in [\![0, n-1]\!]$ tel que $z = \mathrm{e}^{\frac{2ik\pi}{n}}$.

Q19. Configuration de 4 points : interprétation du module et arguments d'un quotient de la forme $\dfrac{d-c}{b-a}$.

Q20. Théorème d'intégration par parties. [Énoncé **H.II.2.3**] et [Démonstration **H.II.2.2**]

Q21. Solutions générale d'une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 1. [Théorème **H.III.1.2**]