

Programme de khôlle

Semaine 13 (10 décembre 2018)

La khôlle est constituée :

- d'une démonstration exigible du cours, préparée au tableau, puis exposée
- d'un exercice facile ou un exercice déjà corrigé en classe
- d'un exercice plus difficile.

Démonstrations exigibles

Q16. a) Énoncer le théorème : « Principe » de récurrence forte.

b) Démontrer que tout entier $n \geq 2$ est un produit (éventuellement réduit à un seul facteur) de nombres premiers.

Q17. Démontrer l'inégalité triangulaire $|z + z'| \leq |z| + |z'|$ et étudier le cas d'égalité.

Q18. Calculer en fonction de $\theta \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}^*$ les sommes suivantes :

$$\sum_{k=0}^n \cos(k\theta) \quad \text{et} \quad \sum_{k=0}^n \sin(k\theta)$$

Q19. Définir l'ensemble \mathbb{U}_n des racines n -ième de l'unité puis expliciter ses éléments ;

on montrera que \mathbb{U}_n est composé d'exactly n éléments deux à deux distincts.

On décrira géométriquement l'ensemble des points M dont l'affixe est une racine n -ième de l'unité.

Nombres complexes et trigonométrie

Exercices chapitre G : exercices n° 1 à 17 (exceptés les exercices n° 9 1), n° 15, n° 16 2)

1. Savoir manipuler des nombres complexes sous forme algébrique, des parties réelles, imaginaires, des conjugués, des modules et connaître les propriétés algébriques associées.
2. Savoir déterminer et manipuler des arguments, connaître les propriétés associées.
3. Déterminer la forme exponentielle d'un complexe ; être capable de réaliser le passage de la forme exponentielle à la forme algébrique et vice versa.
4. Connaître et savoir utiliser les formules de Moivre et Euler (Linéarisation, calculs de sommes trigonométriques, obtention de formules trigonométriques).
5. Résolution d'équations trigonométriques.
6. Résolution d'équations dans \mathbb{C}
 - Utiliser la forme algébrique ou la forme exponentielle pour résoudre une équation dans \mathbb{C} .
 - Résolution d'équations de degré deux à coefficients dans \mathbb{C} . Aucune méthode n'est imposée pour la recherche d'une racine carrée du discriminant ; celle-ci se fera en passant par la forme algébrique ou exponentielle en fonction de la situation.
 - Recherche des racines n -ième d'un nombre complexe.
7. Déterminer des ensembles de points dont l'affixe vérifie une équation ou une inéquation dans \mathbb{C} .

Systemes linéaires

Exercices chapitre E : tous les exercices

1. Maîtriser le vocabulaire : matrice associée à un système linéaire homogène ; matrice augmentée ; systèmes linéaires équivalents ; matrices équivalentes par

lignes ; matrice échelonnée, échelonnée réduite ; pivots ; inconnues principales, secondaires ; système compatible, incompatible.

2. Savoir échelonner et réduire une matrice $n \times p$ à l'aide de l'algorithme de Gauss-Jordan.
3. Résoudre un système linéaire de n équations à p inconnues à l'aide de l'algorithme de Gauss-Jordan.
4. Déterminer le rang d'un système linéaire.
5. Connaître et mettre en évidence la structure de l'ensemble des solutions d'un système linéaire avec second membre. Dans le cas d'un système compatible, on écrira l'ensemble des solutions \mathcal{S} sous la forme $\mathcal{S} = \{X_P + X_0 \mid X_H \in \mathcal{S}_0\}$ où X_P est une solution particulière du système avec second membre et \mathcal{S}_0 est l'ensemble des solutions du système homogène associé.
6. Interpréter géométriquement l'ensemble des solutions en termes d'intersections de plans ou de droites.