Objectifs et savoir-faire

Chapitre I – Calcul matriciel

*Reprise **intégrale** des objectifs et savoir faire détaillés dans les programmes de colle précédent.*

À cela s'ajoute :

Chapitre J – Nombres réels et suites numériques

Relation d'ordre en général

- Connaître le notion de relation binaire sur un ensemble E. Attention, la définition donnée dans le cours n'est pas la définition usuelle : on a défini une relation binaire sur E toute application $\mathscr{R}$ de $E \times E$ dans $\{0,1\}$.
- Connaître les différentes propriétés que peut avoir une relation binaire (réflexivité, transitivité, anti-symétrie, symétrie) et savoir les écrire en langage mathématique.
- Connaître la définition d'une relation d'ordre et d'ensemble ordonnée.
- Comprendre les notions d'ordre total ou partiel (lorsque certains éléments ne sont pas comparables).
- Connaître sans hésitation les notions de maximum (ou plus grand élément), minimum (ou plus petit élément), de majorant et de minorant.
- Savoir reconnaître les zyzomys parmi tous les mammifères rongeurs australiens.
- Connaître et maîtriser les notions de borne supérieure ou borne inférieure d'une partie A d'un ensemble ordonné $(E, \leqslant)$.

Propriétés spécifiques de l'ordre usuel dans $\mathbb{R}$

- Propriétés relatives aux sous-ensemble $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ et $\mathbb{R}$ en termes de maximum, majorant, borne supérieure, minimum, minorant et borne inférieure.
  Exemple –*Tout ensemble non vide et majoré de $\mathbb{Z}$ possède un plus grand élément.*
- Exploiter le fait que, dans $\mathbb{R}$, toute partie non vide et majorée possède une borne supérieure (et que toute partie non vide et minorée possède une borne inférieure).
- Exploiter la caractérisation « avec ε » des bornes supérieures ou inférieures.
- Connaître et savoir exploiter la notion de partie entière d'un nombre réel : $\lfloor x \rfloor \leqslant x < \lfloor x \rfloor + 1$.
- Savoir démontrer et exploiter l'inégalité : $x - 1 < \lfloor x \rfloor \leqslant x$.

Droite numérique achevée

- Connaître la prolongation naturelle de la relation d'ordre de $\mathbb{R}$ à $\overline{\mathbb{R}} = [-\infty, +\infty]$.
- Comprendre que les opérations algébriques de $\mathbb{R}$ se prolongent de manières partielles à $\overline{\mathbb{R}}$ (apparition de formes indéterminées).

Généralités sur les suites (réelles)

- Comprendre de manière rigoureuse ce que signifie l'expression « à partir d'un certain rang » (abrégé en àpdcr).
- Connaître et savoir exploiter les différents type de définition d'une suite : par expression explicite, par une relation de récurrence ou de manière implicite.
- Connaître les opérations algébriques sur les suites.
- Connaître les différentes propriétés que peut avoir une suite et savoir écrire ces propriétés en langage mathématique.
- Accéder à la récompense suprême : la véritable notion (« avec ε ») de limite pour une suite (dans le cas d'une limite finie).
- Savoir démontrer l'unicité de la limite d'une suite (dans le cas fini).
- Connaître la définition d'une limite infinie.
- Connaître et savoir exploiter la limite d'une suite géométrique suivant la valeur de sa raison.
- Savoir démontrer que si une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers ℓ et que $a < \ell < b$ alors on a $u_n \in]a, b[$ àpdcr.
- Connaître la conséquence suivante : si $a_n \xrightarrow[n\to+\infty]{} \ell$ et que $\ell \neq 0$ alors a_n est du signe de ℓ àpdcr.
- Savoir « passer à la limite » dans une inégalité.
- Maîtriser le lien entre les opérations algébriques et les limites (avec apparition de forme indéterminée dans certains cas).

Exercices à savoir refaire

Exercices du chapitre I **–** Presque tous les exercices ont été corrigés en classe.

Exercices du chapitre J **–** Exercices J.1 à J.6.

Questions de cours exigibles (énoncé précis et démonstration)

Q27. Sous réserve d'inversibilité, déterminer ***par la méthode du système linéaire*** l'inverse de la matrice suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Q28. Sous réserve d'inversibilité, déterminer ***par la méthode du pivot matriciel simultané*** l'inverse de la matrice suivante :

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Q29. Unicité de la limite (pour les suites).

Q30. Somme de deux suites convergentes.