Objectifs et savoir-faire

Chapitre J – Nombres réels et suites numériques
Reprise ***intégrale*** *des objectifs et savoir faire détaillés dans le programmes de colle précédent.*

À cela s'ajoute :

Théorème de convergence

- Déterminer une limite à l'aide d'un encadrement (théorème des « gendarmes »).
- Démontrer qu'une suite tend vers $+\infty$ en la minorant par une suite qui tend vers $+\infty$.
- Démontrer qu'une suite tend vers $-\infty$ en la majorant par une suite qui tend vers $-\infty$.
- Comprendre la définition d'une suite extraite de la manière suivante : on conserve certains éléments de la suite et on en supprime d'autres sans changer l'ordre.
- Connaître la définition rigoureuse d'une suite extraite à l'aide d'une fonction d'extraction $\varphi : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ qui doit être strictement croissante.
- Exploiter que si une suite à une limite $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$ alors toutes ses suites extraites convergent vers ℓ.
- Démontrer qu'une suite n'a pas de limite en utilisant deux suites extraites ayant des limites différentes.
- Démontrer qu'une suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ possède une limite $\ell \in \overline{\mathbb{R}}$ en démontrant que ses deux suites extraites $(a_{2k})_{k\in\mathbb{N}}$ et $(a_{2k+1})_{k\in\mathbb{N}}$ convergent toutes les deux vers ℓ.
- Obtenir une limite par composition d'une suite et d'une fonction. Cas particulier d'une fonction continue.
- Maitriser le théorème de la limite monotone. En particulier bien retenir qu'en cas de croissance la limite est la borne supérieure (et la borne inférieure en cas de décroissance).
- Bien retenir qu'en cas de monotonie, une suite a toujours une limite dans $\overline{\mathbb{R}}$. Dans le cas croissante et non majorée la suite tend vers $+\infty$ (et $-\infty$ dans le cas décroissante et non minorée).
- Connaître la définition de deux suites adjacentes (trois hypothèses).
- Être capable d'appliquer le théorème des suites adjacentes (trois conclusions).

Suites arithmético-géométrique

- Connaître la définition d'une suite arithmético-géométrique.
- Savoir dans quel cas on obtient une suite géométrique et dans quel cas on obtient une suite arithmétique.
- Savoir étudier une suite arithmético-géométrique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ afin d'obtenir une formule explicite de u_n en fonction de n.

Exercices à savoir refaire

Exercices du chapitre J – Exercices J.1 à J.12.

Questions de cours exigibles (énoncé précis et démonstration)

Q29. Unicité de la limite (pour les suites).
Q30. Somme de deux suites convergentes.
Q31. Théorème d'encadrement (ou « des gendarmes »).
Q32. Théorème de la limite monotone : toute suite (de réels) croissante et majorée converge.