Objectifs et savoir-faire

Chapitre J – Nombres réels et suites numériques
*Reprise **intégrale** des objectifs et savoir faire détaillés dans le programmes de colle précédent.*

À cela s'ajoute :

Suites à valeurs complexes

- Savoir revenir dans $\mathbb{R}$ en étudiant la partie réelle, la partie imaginaire ou le module d'une suite à valeurs complexes.
- Connaître la définition d'une suite complexe bornée ainsi que la traduction géométrique de cette propriété.
- Connaître la définition « avec ε » de la limite (finie) pour une fonction à valeurs complexes.
- Connaître les résultats qui restent vrais dans le cas complexe.
- Caractérisation de la convergence d'une suite complexe par la convergence de sa partie réelle et imaginaire.

Chapitre K – Limites et continuité

Généralité

- S'approprier la cadre de travail : A est soit un intervalle soit une réunion d'un nombre fini d'intervalles. La fonction f va de A dans $\mathbb{R}$ et on considère un point $a \in \overline{\mathbb{R}}$ qui est soit un élément de A, soit l'une des bornes des intervalles composant A.
- Comprendre de manière intuitive la notion de propriété vraie « au voisinage de a » et savoir l'écrire de manière rigoureuse en langage mathématique.
- Connaître les différents outils permettant de tracer la courbe d'une fonction (en particulier Geogebra et Python avec ses modules NumPy et Matplotlib).
- Bien connaître les définition de $f(x) \xrightarrow[x\to a]{} \ell$ avec $a = \pm\infty$ ou $a \in \mathbb{R}$ ainsi que $\ell = \pm\infty$ ou $\ell \in \mathbb{R}$. Cela fait 9 définitions en tout.
- Comprendre la notion de fonction continue ***en un point***.
- Maîtriser la notion de prolongement par continuité.

Propriété des fonctions ayant une limite en un point

- Comprendre que la notion de limite en a est une propriété locale : si deux fonctions f et g coïncide sur un voisinage de a, alors elles ont le même comportement asymptotique en a.
- Proposition relative à l'ordre : si on a $m < \ell < M$ alors on a $m < f(x) < M$ au voisinage de a.
- Connaître les opérations valides sur les limites et celles qui conduisent à une forme indéterminée.
- Savoir exploiter le passage à la limite dans une inégalité.
- Bien connaître les notions de limite à droite et limite à gauche, ainsi que les notions de fonction continue à droite ou à gauche en un point.

Théorème d'existence de limite

- Savoir obtenir une limite par composition d'une suite et d'une fonction. Connaître le corolaire en un point de $\mathbb{R}$ où la fonction f est continue.
- Savoir obtenir une limite par composition de deux fonctions. Connaître le corollaire concernant la composition de deux fonctions continues.
- Savoir obtenir une limite par encadrement (théorème « des gendarmes »).
- Savoir démontrer qu'une fonction tend vers $+\infty$ en la minorant.
- Savoir démontrer qu'une fonction tend vers $-\infty$ en la majorant.
- Savoir et savoir exploiter qu'une fonction monotone sur un intervalle ouvert possède en tout point une limite à droite et une limite à gauche.
- Connaître les différents comportements possibles d'une fonction monotone sur un intervalle ouvert aux bornes de l'intervalle.
- Connaître la définition d'une fonction continue sur un intervalle et son interprétation graphique.
- Savoir justifier qu'une fonction est continue car elle s'obtient par opérations algébriques et compositions de fonctions continues.
- Sauf exceptions qu'il convient de connaître, savoir et savoir exploiter que les fonctions usuelles sont continues.

Exercices à savoir refaire

Exercices du chapitre J – Presque tous on été corrigés.

Exercices du chapitre K – Exercices K.1 à K.7.

Questions de cours exigibles (énoncé précis et démonstration)

Q33. Théorème des suites adjacentes. [Théorème **III.5.2** du chapitre **J**]

Q34. Unicité de la limite pour les fonctions : cas d'une limite finie en un point réel. [Théorème **I.2.1.*(iii)***]

Q35. Composition d'une suite et d'une fonction. [Théorème **I.6.1**]